

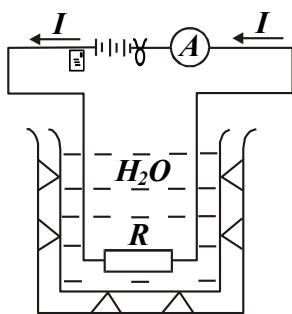
Задача върху закона на Джаул-Ленц и уравнението на топлинния баланс

Бързовар със съпротивление $R_1 = 100 \Omega$, по който протича ток $I = 2 \text{ A}$, е потопен в съд с 1 литър вода. С колко градуса ще се повиши температурата на водата за $t = 7 \text{ min}$? Специфичният топлинен капацитет на водата е $c = 4,2 \cdot 10^3 \text{ J/kg.deg}$.

(Топлообменът със стените на съда и с околния въздух да се пренебрегне).

I. Аналитична част. Анализ на физическата картина

1. Построяване на спомагателен модел на задачата



Фиг. 1.

Дадено: $R = 100 \Omega$
 $I = 2 \text{ A}$
 H_2O : $m = 1 \text{ литър} = 1 \text{ kg}$
 $t = 7 \text{ min} = 420 \text{ s}$
 $c = 4,2 \cdot 10^3 \text{ J/kg.deg}$
 $\Delta T = ?$

2. Физичните явления, описани в условието на задачата, са:

- протичане на електричен ток през бързовар;
- нагряване на бързовара и топлообмен между бързовара и водата.

3. Изграждане на идеален физически модел на решението на задачата

Пренебрегва се топлообменът със стените на съда и околния въздух, загубите на енергия по съединителните проводници, т.е. топлообмен има само между бързовара и водата (\therefore системата е затворена).

4. Изграждане на логически модел на решението на задачата

а) Елементарните условия и изискванията в задачата са:

- ⊙ нагряване на бързовара при протичане на електричен ток през него;
- ⊙ топлообмен между бързовара и водата. Изискването е да се намери с колко градуса ще се повиши температурата на водата за определено време.

б) За съответните обекти (бързовар и вода) физичните величини са:

⊙ за бързовара (нагревателя):

- съпротивление $R = 100 \text{ W}$;
- ток през него $I = 2 \text{ A}$;
- количество топлина, което се отделя в него Q_j ;

⊙ за водата:

- маса $m = 2 \text{ литра} = 2 \text{ kg}$;
- специфичен топлинен капацитет $c = 4,2 \cdot 10^3 \text{ J/kg.deg}$;

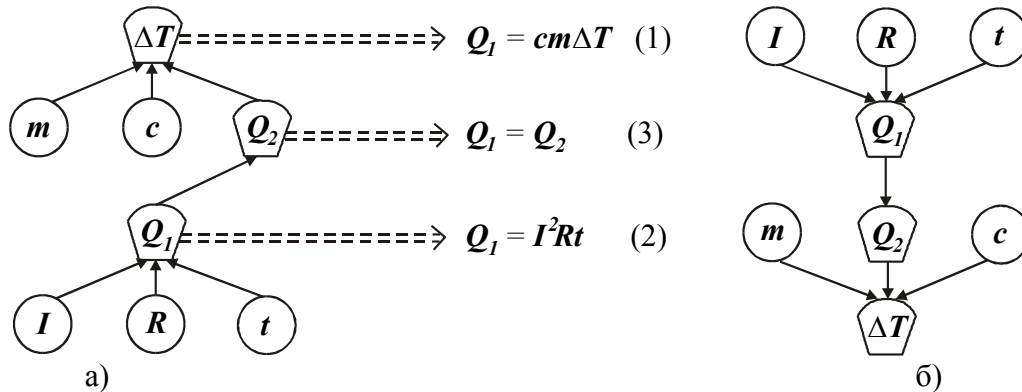
➤ промяна на температурата на водата ΔT (търсена величина) за време $t = 7$ min;

➤ количество топлина, което водата получава при топлообмен Q_2 ;

⊙ Зависимости между физичните величини:

$$Q_2 = cm\Delta T \quad (1) \quad Q_1 = I^2 R t \quad (2) \quad Q_1 = Q_2 \quad (3).$$

5. Построяване на граф (граф-схема) като нагледен модел за търсене на решение на задачата



Фиг. 2. Граф-схема като нагледен модел за търсене (представяне) на решението на задачата:

а) по аналитичния метод;

б) по синтетичния метод.

II. Основна (същинска) част на решението

6. Намиране на общи теоретични положения, въз основа на които се решава задачата

7. Изграждане на математически модел на задачата

За дадената затворена система, въз основа на закона за запазване на енергията (3), закона на Джаул-Ленц (2) и формула (1), изграждаме математическия модел. От равенството на левите страни в (1) и (2) следва:

$$cm\Delta T = I^2 R t \quad (4)$$

8. Решаване на математическия модел:

$$а) \quad \Delta T = \frac{I^2 R t}{cm} \quad (5)$$

$$б) \text{ Изчисление} \quad \Delta T = \frac{2^2 \cdot 110 \cdot 420}{4,2 \cdot 10^3 \cdot 1} \quad \Delta T = 44 \text{ deg}$$

$$в) \text{ Проверка} \quad [\Delta T] = \frac{[I^2][R][t]}{[c][m]} = \text{deg.}$$

III. Изследователска част на решението.

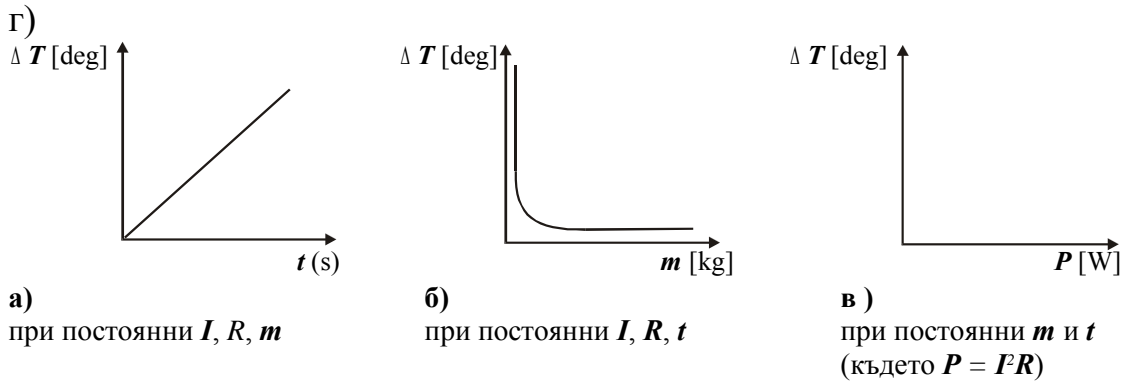
(Изследване на решението)

9. Физическа интерпретация на получения резултат, анализ и изследване на решението

а),б) Както се вижда от (5) за всички допустими стойности на физичните величини (от физична гледна точка) задачата има решение.

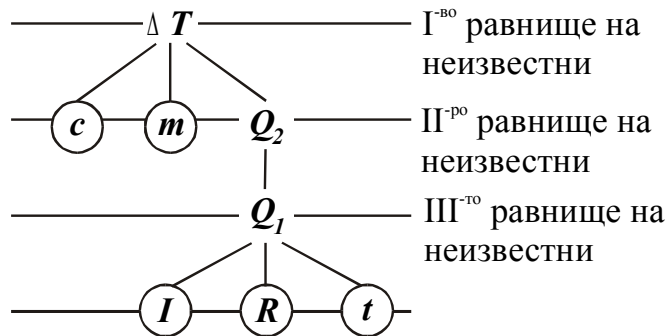
в) Освен по *аналитичния метод*, представен с граф-схема на фиг. 2^а, задачата може да се реши и по *синтетичния метод* – фиг. 2^б.

Друг начин за решаване на задачата е *експерименталният*.



Фиг. 3. Графики на зависимости между дадени и търсени величини

д)



Фиг. 4. Дървовидна (йерархична) структура на решението на задачата

е) Полученият израз (5) всъщност представя (изразява) явния вид на зависимостта:

$$f(\Delta T, I, R, m, t, c) = 0$$

и може да се разглежда като решение на I^{ви} клас (тип) задачи.

По аналогичен начин могат да се получат решенията и на следните класове (типове) задачи (числено да се изразят съответните физични величини – I, R, m, t, c):

за II^{ри} клас (тип) задачи:
$$I = \sqrt{\frac{c m \Delta T}{R t}} \quad (5^a)$$

за III^{ти} клас (тип) задачи:
$$R = \frac{c m \Delta T}{I^2 t} \quad (5^b)$$

за IV^{-ти} клас (тип) задачи: $m = \frac{I^2 R t}{c \Delta T}$ (5^в)

за V^{-ти} клас (тип) задачи: $t = \frac{c m \Delta T}{I^2 R}$ (5^г)

за VI^{-ти} клас (тип) задачи: $c = \frac{I^2 R t}{m \Delta T}$ (5^д)

Например: формулировката на VI^{-ти} клас (тип) задачи може да бъде:

Бързовар със съпротивление $R = 100 \Omega$, през който протича ток $I = 2 A$, е потопен в съд с 1 литър вода. Колко е специфичния топлинен капацитет на водата, ако за време $t = 7 \text{ min}$ температурата на водата се повишава с 44 deg . (Топлообменът със стените на съда и с околния въздух да се пренебрегне).