

Задача: Термос съдържа 2 литра гореща вода с температура $t_1^{\circ} = 80^{\circ}\text{C}$. За охлаждане на водата до температура $t_2^{\circ} = 40^{\circ}\text{C}$ в нея е пуснато парче лед, температурата на който е $t_0^{\circ} = 0^{\circ}\text{C}$. Колко трябва да бъде масата (m_2) на този лед?

I. Аналитична част. Анализ на физическата картина

1. Построяване на спомагателен модел на задачата.

Дадено:

Вода: $m_1 = 2 \text{ литра} = 2 \text{ kg}$

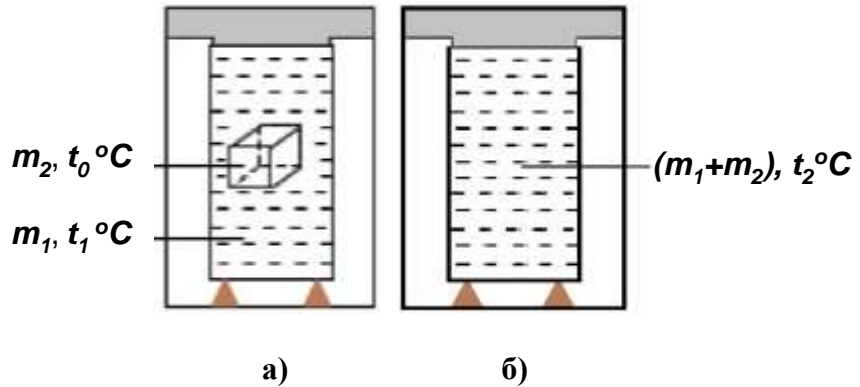
$t_1^{\circ} = 80^{\circ}\text{C}$

$c_B = 4,2 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$

$t_2^{\circ} = 40^{\circ}\text{C}$

Лед: $\lambda_{\text{л}} = 3,3 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$

$t^{\circ} = 0^{\circ}\text{C}$



фиг.1

$m_2 = ?$

2. Физични явления описани (застъпени) в задачата:

- топлообмен;
- топене на лед;
- топлинно равновесие.

3. Идеален физичен модел на задачата:

Пренебрегва се топлообмена със стените на термоса и околния въздух, т.е. считаме, че системата е затворена.

4. Логически модел на задачата:

4.1. Елементарни условия и изисквания:

- а) топлообмен между горещата вода и леда;
- б) топене на леда;
- в) установяване на топлинно равновесие в съда;
- г) търси се колко е масата на леда.

4.2. Физични величини, характеризиращи съответните обекти:

а) **За водата:** (2 литра = 2 kg) $m_1 = 2 \text{ kg}$ – маса на горещата вода; $t_1 = 80^{\circ}\text{C}$ – температура на горещата вода; $C_B = 4,2 \cdot 10^3 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ – специфичен топлинен капацитет; t_2

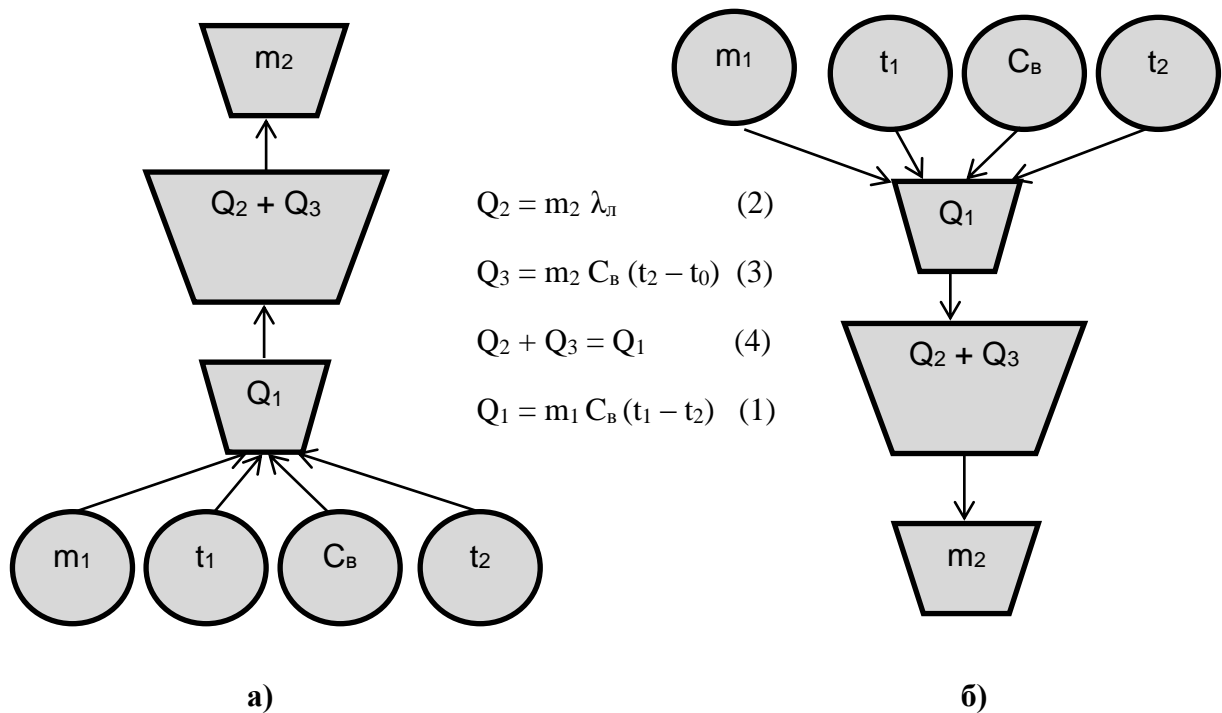
$= 40\text{ }^{\circ}\text{C}$ – температура на топлинното равновесие; Q_1 – отдадено количество топлина от горещата вода при топлообмена;

б) *За леда*: $t_0 = 0\text{ }^{\circ}\text{C}$ – температура на леда; $\lambda_L = 3,3 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$ – специфична топлина на топене на леда; Q_3 – прието количество топлина от водата на разтопения лед.

4.3. Зависимости между физичните величини:

$$Q_1 = m_1 C_B (t_1 - t_2) \quad (1); \quad Q_2 = \lambda_L m_2 \quad (2); \quad Q_3 = m_2 C_B (t_2 - t_0) \quad (3); \quad Q_1 = Q_2 + Q_3 \quad (4)$$

5. Построяване на граф (граф-схема) като нагледен модел на търсене (представяне) на решението на задачата.



Фиг. 2 Граф (граф-схема) като нагледен модел за търсене (представяне) на решението на задачата:

а) по аналитичен метод

б) по синтетичен метод

II. Основна част на решението

6. *Общи теоретични положения за решаване на задачата.*

Използва се уравнението на топлинния баланс, в което заместваме изразите за отдадено и прието количество топлина.

7. *Изграждане на математичен модел.*

След заместване на изразите за отдадено (1) и прието (2, 3) количество топлина, в уравнението на топлинния баланс (4), то придобива вида:

$$m_1 C_B (t_1 - t_2) = m_2 \lambda_L + m_2 C_B (t_2 - t_0) \quad (5)$$

8. Решаване на математичния модел.

От по-горния израз (5) след привеждане и заместване на $t_0 = 0$ °C се получава:

$$m_1 C_B (t_1 - t_2) = m_2 (\lambda_L + C_B t_2) \quad (5^a)$$

а) Общото решение на задачата е: $m_2 = \frac{m_1 C_B (t_1 - t_2)}{\lambda_L + C_B t_2} \quad (6)$

б) Изчисление: $m_2 = \frac{2 \cdot 4,2 \cdot 10^3 (80^0 - 40^0)}{3,3 \cdot 10^5 + 4,2 \cdot 10^3 \cdot 40^0} = 0,67 \text{ kg}$

в) Проверка: (чрез дименсия) $[m_2] = \frac{[m_1] \cdot [C_B] \cdot [t]}{[\lambda_L] + [C_B] \cdot [t]} = \text{kg}$

- Проверка на решението на задачата може да се направи и чрез експеримент.

III. Изследователска част на решението на задачата.

9. Физическа интерпретация на получения резултат, анализ и изследване на решението.

а, б) Граници на приложимост на решението. При различни допускания, какви решения има задачата?

Както се вижда от израз (6) задачата има решение, когато знаменателя е различен от нула, т.е. $\lambda_L + C_B t_B \neq 0$, което очевидно е изпълнено.

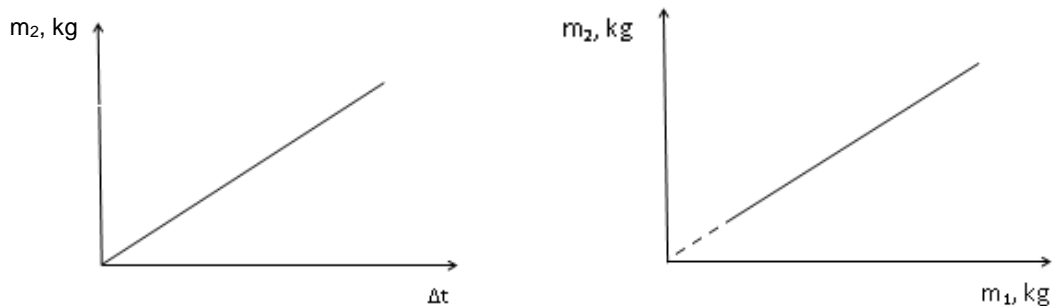
в) Други начини за решаване на задачата.

Освен по аналитичния метод, представен на фиг. 2^а, задачата може да се реши и по синтетичния метод – фиг. 2^б. Представлява интерес и експерименталния начин за решаване на задачата.

г) Съществува ли по-рационален начин на решение на задачата?

За решаване на тази задача са предложени 3 начина. Изследвания показват, че се предпочита синтетичния метод на решение, представен на фиг. 2^б.

д) Графично представяне на зависимости между дадени и търсени величини.

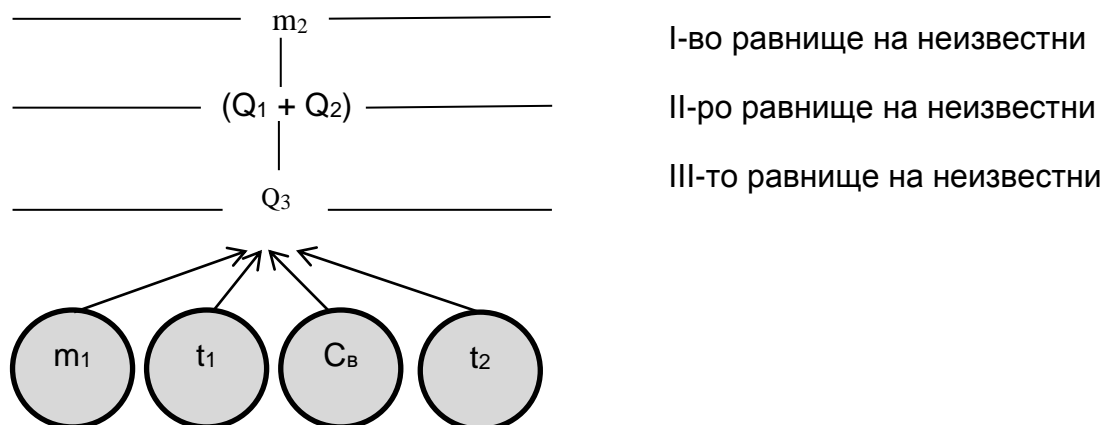


а) $\Delta t = t_1 - t_2$; $m_1 = \text{const}$, вж. (6)

б) $\Delta t = t_1 - t_2 = \text{const}$, вж. (6)

фиг. 3 Графики на зависимости между дадени и търсени величини

е) Построяване на дървовидна (йерархична) структура на решението на задачата.



Фиг. 4 Дървовидна (йерархична) структура на решението на задачата

ж) *Формулиране (продуциране) на класовете от задачи на основата на дадената, решенията на които са аналогични.*

Полученият израз (6) представя явния вид на зависимостта:

$$f(m_2, m_1, t_1, t_2, C_{\text{в}}, \lambda_{\text{л}}) = 0$$

и може да се разглежда като решение на първи клас (тип) задачи.

От израз (6) по аналогичен начин се получават решенията на останалите класове (типове) задачи, а именно:

$$\text{За II-ри клас (тип) задачи : } m_1 = \frac{m_2 (\lambda_{\text{л}} + C_{\text{в}} t_2)}{C_{\text{в}} (t_1 - t_2)} \quad (6^{\text{a}})$$

$$\text{За III-ти клас (тип) задачи : } t_1 = \frac{m_2 \lambda_{\text{л}} + C_{\text{в}} t_2 (m_1 + m_2)}{m_1 C_{\text{в}}} \quad (6^{\text{б}})$$

$$\text{За IV-ти клас (тип) задачи : } t_2 = \frac{C_{\text{в}} m_1 t_1 - m_2 \lambda_{\text{л}}}{C_{\text{в}}(m_1 + m_2)} \quad (6^{\text{в}})$$

$$\text{За V-ти клас (тип) задачи : } C_{\text{в}} = \frac{m_2 \lambda_{\text{л}}}{m_2 t_2 - m_1 (t_1 + t_2)} \quad (6^{\text{г}})$$

$$\text{За VI-ти клас (тип) задачи: } \lambda_{\text{л}} = \frac{m_1 C_{\text{в}} (t_1 - t_2) - m_2 C_{\text{в}} t_2}{m_2} \quad (6^{\text{д}})$$

По долу са дадени примерните формулировки на съответните класове (типове) задачи:

а) *формулировка на II^{ри} клас (тип) задачи:*

Термос съдържа гореща вода с температура $t_1 = 80 \text{ }^\circ\text{C}$. След пускане на парче лед с маса $m_2 = 0,67 \text{ kg}$ и температура $t = 0 \text{ }^\circ\text{C}$ в термоса се установява температура $t_2 = 40 \text{ }^\circ\text{C}$. Колко литра е била горещата вода?

б) *формулировка на III^{ти} клас (тип) задачи:*

Термос съдържа 2 литра гореща вода. За охлаждането ѝ до температура $t_2 = 40$ °C в нея е пуснат лед с маса $m_2 = 0,67$ kg и температура $t_0 = 0$ °C. Колко е била температурата t_1 °C на горещата вода?

в) формулировка на IV^{му} клас (тип) задачи:

В термос, съдържащ 2 литра гореща вода с температура $t_1 = 80$ °C е пуснат лед с маса $m_2 = 0,67$ kg и температура $t_0 = 0$ °C. Каква температура t_2 ще се установи в термоса?

г) формулировка на V^{му} клас (тип) задачи:

В термос, съдържащ 2 литра гореща вода с температура $t_1 = 80$ °C, е пуснат лед с маса $m_2 = 0,67$ kg и температура $t_0 = 0$ °C, при което в термоса се установява температура $t_2 = 40$ °C. Като имате предвид, че специфичния топлинен капацитет на леда е $\lambda_{\text{л}} = 3,3 \cdot 10^5 \frac{\text{J}}{\text{kg}}$, пресметнете специфичния топлинен капацитет на водата $C_{\text{в}} = ?$

д) Формулировката на VI^{му} клас (тип) задачи за специфичния топлинен капацитет на леда ($\lambda_{\text{л}}$) е аналогична на предходната.